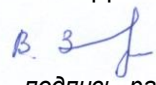


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО ВГУ)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
алгебры и математических
методов гидродинамики

 (Звягин В.Г.)
подпись, расшифровка подписи
14.04.2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
ФТД. 04 Дополнительные главы топологии

1. Шифр и наименование направления подготовки:

01.03.01 Математика

2. Профиль подготовки: Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

3. Квалификация выпускника: Бакалавр

4. Форма образования: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра алгебры и математических методов гидродинамики

6. Составители программы: профессор, д.ф.-м.н. Звягин Виктор Григорьевич

7. Рекомендована: НМС математического факультета протокол № 0500-03 от 24.03.2022 г.

8. Учебный год: 2024-2025

Семестр(-ы): 6

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цели учебной дисциплины: освоение основных понятий и фактов алгебраической геометрии и нелинейного анализа, овладение основными методами решения задач.

Задачи изучения дисциплины ознакомление с современными методами геометрии, их приложениями для разрешимости различных математических задач, задач гидродинамики, выработка навыков и умений по применению полученных знаний при решении задач разных математических дисциплин

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Факультативы.

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: дифференциальная геометрия и топология, математический анализ

Студент должен свободно владеть математическим анализом, элементами дифференциальной геометрии и топологии.

11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

| Код | Название компетенции | Код(ы) | Индикатор(ы) | Планируемые результаты обучения |
|-------|---|---------|--|---|
| ОПК-1 | Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | ОПК-1.1 | Применяет базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук | Знать: концептуальные основы методов вычисления фундаментальных групп простейших топологических пространств; основные понятия и факты теории компактных пространств Уметь: пользоваться современными методами топологии и геометрии, их приложениями для разрешимости различных математических задач Владеть: теоретическими подходами в теории компактных пространств; навыками работы в информационных современных системах |
| | | ОПК-1.2 | Оценивает и формулирует актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики | Знать: зарубежную и отечественную литературу в области теории компактных пространств и теории фундаментальных групп пространств Уметь: грамотно и правильно представлять свои результаты Владеть: источниками информации, навыками работы с литературой, информационными системами |
| | | ОПК-1.3 | Анализирует и применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний | Знать: методы решения задач в разных математических дисциплинах Уметь: работать с различными источниками научной информации, грамотно и правильно представлять свои результаты Владеть: Методами самостоятельного обучения новым знаниям и способами их применения в теории компактных пространств, и теории фундаментальных групп пространств |

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 1/36.

Форма промежуточной аттестации: зачёт

13. Виды учебной работы:

| Вид учебной работы | Трудоемкость (часы) | |
|------------------------|---------------------|--------------|
| | Всего | По семестрам |
| | | 6 |
| Аудиторные занятия | 30 | 30 |
| в том числе: лекции | 30 | 30 |
| практические | - | - |
| лабораторные | - | - |
| Самостоятельная работа | 6 | 6 |
| Итого: | 36 | 36 |

13.1 Содержание разделов дисциплины:

| № п/п | Наименование раздела дисциплины | Содержание раздела дисциплины |
|------------------|---|---|
| 1. Лекции | | |
| 1 | Топология метрических пространств. | Топология метрических пространств. |
| 2 | Непрерывные отображения метрических пространств. | Непрерывные отображения метрических пространств. |
| 3 | Топология произведения и фактортопология. | Топология произведения и фактортопология. |
| 4 | Хаусдорфовы пространства с первой аксиомой счетности. | Хаусдорфовы пространства с первой аксиомой счетности. |
| 5 | Теорема Вейерштрасса для компактных топологических пространств. | Теорема Вейерштрасса для компактных топологических пространств. |
| 6 | Понятие гомотопии. | Понятие гомотопии. |
| 7 | Гладкие отображения многообразий. Регулярные точки. | Гладкие отображения многообразий. Регулярные точки. |
| 8 | Топологический индекс по модулю 2. | Топологический индекс по модулю 2. |
| 9 | Иммерсии и субмерсии | Иммерсии и субмерсии |

13.2 Разделы дисциплины и виды занятий:

| № п/п | Наименование раздела дисциплины | Лекции | Самостоятельная работа | Всего |
|-------|---|--------|------------------------|-------|
| 1 | Топология метрических пространств. | 3 | 1 | 4 |
| 2 | Непрерывные отображения метрических пространств. | 3 | 1 | 4 |
| 3 | Топология произведения и фактортопология. | 3 | | 3 |
| 4 | Хаусдорфовы пространства с первой аксиомой счетности. | 4 | 1 | 5 |
| 5 | Теорема Вейерштрасса для компактных топологических пространств. | 4 | 1 | 5 |
| 6 | Понятие гомотопии. | 3 | | 3 |
| 7 | Гладкие отображения многообразий. Регулярные точки. | 3 | | 3 |
| 8 | Топологический индекс по модулю 2. | 3 | 1 | 4 |
| 9 | Иммерсии и субмерсии | 4 | 1 | 5 |
| | Итого: | 30 | 6 | 36 |

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал.

При изучении курса «Дополнительные главы топологии» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях.

Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Кроме обычного курса в системе «Электронный университет», все необходимые для усвоения курса материалы размещены также на сайте факультета https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

| № п/п | Источник |
|-------|---|
| 1 | Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. / А.С. Мищенко, А.Т. Фоменко А.Т. - М.: Физматлит, 2010.- 512 с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=617 |
| 2 | Борисович Ю.Г. Введение в топологию. / Ю.Г. Борисович, Н.М. Близняков, Я.А. Израилевич, Т.Н. Фоменко.- М.: URSS, 2015.- 415 с. |

б) дополнительная литература:

| № п/п | Источник |
|-------|---|
| 3 | Стинрод Н. Первые понятия топологии: Геометрия отображений отрезков, кривых, окружностей и кругов / Н. Стинрод, У. Чинн; Пер. с англ. И. А. Вайнштейна.—Новокузнецк: Новокузнец. физ.-мат. ин-т, 2000.—223 с. |
| 4 | Новиков С. П. Топология / С.П. Новиков.—2-е изд., испр. и доп.—М.;Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2002.—335 с. |
| 5 | Гликлик Ю.Е. Что такое гладкое многообразие? /Ю.Е. Гликлик // Соросовский образовательный журнал.- 1998.- № 11.- С. 155-159 |
| 6 | Гликлик Ю.Е. О понятиях топологического пространства и непрерывного отображения. /Ю.Е. Гликлик // Соросовский образовательный журнал.- 2000.- Т. 6.- № 11.- С. 116-121. |
| 7 | Погорелов А. В.. Дифференциальная геометрия: Учеб. для студ. мат. спец. ун-тов и пед. ин-тов./ А.В. Погорелов.—6-е изд., стер.—М.: Наука, 1974.—176 с. |
| 8 | Гликлик Ю.Е. Топология и дифференциальная геометрия (Пятое издание) / Ю.Е. Гликлик.- Воронеж: ВГУ, 2010.- 100 с. |
| 9 | Гликлик Ю.Е. Топология и дифференциальная геометрия (Четвертое издание) / Ю.Е. Гликлик.- Воронеж: ВГУ, 2007.- 76 с. / http://www.math.vsu.ru/chair/alg/jul07001.pdf |
| 10 | Гликлик Ю.Е. Геометрия многообразий, мотивированная математической физикой. Издание второе, переработанное / Ю.Е. Гликлик.- Воронеж: ВГУ, 2009.- 132 с. |
| 11 | Виро О.Я. Задачи по топологии / О.Я. Виро, О.А. Иванов, Н.Ю. Нецветаев, В.М. Харламов.- СПб: Издательство СПбГУ, 2000.- 208 с. |

в) информационные электронно-образовательные ресурсы

| № п/п | Источник |
|-------|---|
| 12 | http://www.lib.vsu.ru/?p=4 - Электронный каталог ЗНБ ВГУ |
| 13 | https://lanbook.lib.vsu.ru/ - Электронно-библиотечная система издательства «Лань» |
| 14 | https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937 – Сайт факультета |

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

| № п/п | Источник |
|-------|---|
| 1 | Стинрод Н. Первые понятия топологии: Геометрия отображений отрезков, кривых, окружностей и кругов / Н. Стинрод, У. Чинн; Пер. с англ. И. А. Вайнштейна.—Новокузнецк: Новокузнец. физ.-мат. ин-т, 2000.—223 с. |
| 2 | Новиков С. П. Топология / С.П. Новиков.—2-е изд., испр. и доп.—М.;Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2002.—335 с. |
| 3 | Гликлик Ю.Е. Что такое гладкое многообразие? /Ю.Е. Гликлик // Соросовский образовательный журнал.- 1998.- № 11.- С. 155-159 |
| 4 | Гликлик Ю.Е. О понятиях топологического пространства и непрерывного отображения. /Ю.Е. Гликлик // Соросовский образовательный журнал.- 2000.- Т. 6.- № 11.- С. 116-121. |

| | |
|---|---|
| 5 | Погорелов А. В.. Дифференциальная геометрия: Учеб. для студ. мат. спец. ун-тов и пед. ин-тов./ А.В. Погорелов.—6-е изд., стер.—М.: Наука, 1974.—176 с. |
| 6 | Гликлих Ю.Е. Топология и дифференциальная геометрия (Пятое издание) / Ю.Е. Гликлих.- Воронеж: ВГУ, 2010.- 100 с. |
| 7 | Гликлих Ю.Е. Топология и дифференциальная геометрия (Четвертое издание) / Ю.Е. Гликлих.- Воронеж: ВГУ, 2007.- 76 с. / http://www.math.vsu.ru/chair/alg/jul07001.pdf |
| 8 | Гликлих Ю.Е. Геометрия многообразий, мотивированная математической физикой. Издание второе, переработанное / Ю.Е. Гликлих.- Воронеж: ВГУ, 2009.- 132 с. |
| 9 | Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете |

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий.

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, Microsoft, Windows Office, LibreOffice 5, Calc, Math, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины

19. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

| № п/п | Наименование раздела дисциплины (модуля) | Компетенция(и) | Индикатор(ы) достижения компетенции | Оценочные средства |
|--|---|--|-------------------------------------|--------------------|
| 1 | Топология метрических пространств. | ОПК-1 | ОПК-1.1, ОПК-1.2 | Контрольная работа |
| 2 | Непрерывные отображения метрических пространств. | ОПК-1 | ОПК-1.1, ОПК-1.2 | Контрольная работа |
| 3 | Топология произведения и фактортопология. | ОПК-1 | ОПК-1.2, ОПК-1.3 | Контрольная работа |
| 4 | Хаусдорфовы пространства с первой аксиомой счетности. | ОПК-1 | ОПК-1.2 | Контрольная работа |
| 5 | Теорема Вейерштрасса для компактных топологических пространств. | ОПК-1 | ОПК-1.1, ОПК-1.2 | Контрольная работа |
| 6 | Понятие гомотопии. | ОПК-1 | ОПК-1.1, ОПК-1.2 | Контрольная работа |
| 7 | Гладкие отображения многообразий. Регулярные точки. | ОПК-1 | ОПК-1.2, ОПК-1.3 | Контрольная работа |
| 8 | Топологический индекс по модулю 2. | ОПК-1 | ОПК-1.2 | Контрольная работа |
| 9 | Иммерсии и субмерсии | ОПК-1 | ОПК-1.1, ОПК-1.2 | Контрольная работа |
| Промежуточная аттестация Форма контроля - Зачет | | Зачет выставляется при успешной сдаче контрольной работы | | |

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Примерный перечень задач для контрольной работы:

Контрольно-измерительный материал № 1

1. Топология произведения и фактортопология.

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Цель текущего контроля:

Определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольной работы. В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с теоретическим вопросом и предлагается ответить на данный вопрос. Ограничение по времени 90 минут.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На контрольную работу в дистанционном режиме отводится ограничение по времени 100 минут.

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Дополнительные главы топологии» проводится в форме зачета.

При промежуточной аттестации уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками **«зачтено»** и **«незачтено»**, которые формируются следующим образом:

Контрольная работа – по степени правильности ответа на вопрос контрольной работы.

Примерный перечень вопросов:

| | |
|---|---|
| 1 | Топология метрических пространств. |
| 2 | Непрерывные отображения метрических пространств. |
| 3 | Топология произведения и фактортопология. |
| 4 | Хаусдорфовы пространства с первой аксиомой счетности. |
| 5 | Теорема Вейерштрасса для компактных топологических пространств. |
| 6 | Понятие гомотопии. |
| 7 | Гладкие отображения многообразий. Регулярные точки. |
| 8 | Топологический индекс по модулю 2. |
| 9 | Иммерсии и субмерсии |

Шкала оценок

Критерии оценок

| | |
|------------|--|
| Зачтено | Студент показывает хорошие знания изученного учебного материала; самостоятельно, логично и последовательно излагает и интерпретирует материалы учебного курса; полностью раскрывает смысл предлагаемого вопроса; владеет основными терминами и понятиями изученного курса; показывает умение переложить теоретические знания на предполагаемый практический опыт. |
| Не зачтено | Наличие серьезных упущений в процессе изложения учебного материала; в случае отсутствия знаний основных понятий и определений курса или присутствии большого количества ошибок при интерпретации основных определений; если студент показывает значительные затруднения при ответе на предложенные основные и дополнительные вопросы; при условии отсутствия ответа на основной и дополнительный вопросы |

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

№1. Набор τ подмножеств множества X называется топологией, если он обладает следующими свойствами: (i) X и пустое множество входят в τ ;

(ii) объединение любого числа множеств из τ принадлежит τ ;

(iii) пересечение конечного числа множеств из τ принадлежит τ .

Если набор τ задан, (X, τ) называется

а) топологическим пространством;

б) линейным пространством;

в) метрическим пространством.

№2 Точка x_0 топологического пространства (X, τ) называется предельной точкой множества $A \subset X$, если в любой ее окрестности содержится точка из A ...

а) не равная x_0 ;

б) равная x_0 .

№3 Отображение F называется ... в точке $x \in X$, если для любой окрестности $U \in \sigma$ точки $f(x)$ в Y существует окрестность $V \in \tau$ точки x в X такая, что из того, что точка x' принадлежит V следует, что $f(x')$ принадлежит U .

а) непрерывным;

б) дифференцируемым.

№4 Топологическое пространство (X, τ) называется линейно связным, если любые его две точки можно соединить ... путем.

а) непрерывным;

б) прерывистым.

№5 Топологическое пространство называется компактным, если из любого его открытого покрытия можно выделить ... подпокрытие.

а) конечное;

б) счётное.

№6 Является ли данное множество топологическим пространством: X — произвольное множество, τ содержит все подмножества множества X ?

да.

№7 Пусть $A = [0, 1]$ — отрезок вещественной прямой \mathbb{R}^1 с обычной топологией, тогда множество внутренних точек $[0, 1]$ равно?

(0,1)

№8 Пусть $X = \mathbb{R}^1$ с обычной топологией и $A = (0, 1], A \subset X$. Тогда граница A состоит из точек?

0, 1

№9 Пусть $X = \mathbb{R}^1$ с обычной топологией и $A = (8, 11], A \subset X$. Тогда граница A состоит из точек?

8, 11

№10 Является ли данное множество топологическим пространством: X — произвольное множество, τ состоит из двух множеств X и \emptyset ?

да

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

3) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).

Программа рекомендована НМС математического факультета протокол № 0500-03 от 24.03.2022 г.